



An Application on Borsa Istanbul (BIST) Using Models Modified with Fourier Series

Cebeli İnan^{1,a,*}, Erkan Oktay^{1,b}

¹Department of Econometrics, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Atatürk University, Erzurum, Türkiye

*Corresponding Author

ARTICLE INFO

Research Article

Received : 16.08.2022

Accepted : 06.10.2022

Keywords:

ARIMA-Fourier

BATS

TBATS

Time Series

Stocks

ABSTRACT

Predicting the future accurately is of vital importance in all disciplines, as well as in the field of social sciences. Especially today, due to the development of technology and the presence of package programs that can process huge data, it is a very important development for all fields, including econometrics, that we can reach more accurate estimates. As a result, it is a situation that is directly related to the decrease in the error rates of the forecasts and more accurate planning for the future. In this study, time series analyzes were made over the proportional changes of the closing values of the Borsa Istanbul (BIST30) index, that is, the monthly average closing values, and 24-month forecasts were calculated. For this purpose, in order to increase the accuracy of the prediction results of the classical ARIMA models and the models based on the Box-Cox transform, new prediction results were obtained with the models modified with the Fourier series. Mean square error (MSE), root mean square error (RMSE), mean absolute error (MAE) and mean absolute percent error (MAPE) performance criteria were used to evaluate the success of the established models. It was concluded that the model with the lowest value for MSE, RMSE, MAE and MAPE performance criteria was more successful than the other models. As a result, more successful results were obtained with more accurate estimation results, that is, with lower error rates.

Türk Akademik Sosyal Bilimler Araştırma Dergisi, 5(2): 81-91, 2022

Fourier Serileri ile Modifiye Edilmiş Modelleri Kullanarak Borsa İstanbul (BİST) Üzerine Bir Uygulama

MAKALE BİLGİSİ

ÖZ

Araştırma Makalesi

Geliş : 16.08.2022

Kabul : 06.10.2022

Anahtar Kelimeler:

ARIMA-Fourier

BATS

TBATS

Zaman Serileri

Hisse Senetleri

Bütün disiplinlerde geleceği doğru tahmin etme hayati öneme sahip olduğu gibi sosyal bilimler alanında da bu çok önemli bir durumdur. Özellikle günümüzde teknolojinin gelişmesi ve devasal verileri işleyebilecek paket programların olmasından ötürü daha doğru tahminlere ulaşabilmemiz ekonometri alanı dahil tüm alanlar için çok önemli bir gelişmedir. Sonuç olarak yapılan tahminlerin hata oranlarının azalması ve geleceğe dair daha doğru planlamaların yapılması ile direkt ilişkili bir durumdur. Bu çalışmada, Borsa İstanbul (BİST30) endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine yani, aylık ortalama kapanış değerleri üzerinden zaman serisi analizleri yapılmış ve 24 aylık öngörüler hesaplanmıştır. Bu amaçla klasik ARIMA modelleri ve Box-Cox dönüşümü temeline dayanan modellerin tahmin sonuçlarının doğruluklarını arttırmak için Fourier serileri ile modifiye edilmiş modeller ile yeni tahmin sonuçları elde edilmiştir. Kurulan modellerin başarısını değerlendirmek için ortalama kare hata (MSE), kök ortalama kare hata (RMSE), ortalama mutlak hata (MAE) ve ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) performans ölçütleri kullanılmıştır. MSE, RMSE, MAE ve MAPE performans ölçütleri için en düşük değeri veren model diğer modellere göre daha başarılı olduğu sonucuna varılmıştır. Netice olarak yeni tahmin sonuçlarının daha doğru yani daha düşük hata oranları ile daha başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

^a cinan@bingol.edu.tr

^b https://orcid.org/0000-0002-7924-9911 | erkanoktay@atauni.edu.tr

^c https://orcid.org/0000-0002-1739-3184



Giriş

Zaman Serisi Tahmini, geçmiş verilere dayanarak gelecekteki değeri tahmin etme sürecidir ve çeşitli alanlarda iş kararlarında çok önemli bir rol oynar. Uygun bir zaman serisi tahmin tekniğinin seçimi, aşağıdaki dört bileşenin varlığına bağlıdır: trend, mevsimsellik, döngüsel ve düzensiz. Arima, Sarima, ETS gibi geleneksel zaman serisi teknikleri, bir zaman diliminde tek mevsimselliği ele almak için tasarlanmıştır, ancak birden fazla mevsimselliğin kullanılmasıyla, bu teknikler tatmin edici bir şekilde performans gösteremez (De Livera, 2011). Böylece, birden fazla mevsimsel veri için ARIMA-Fourier modelleri ve TBATS gibi ileri teknikleri kullanmaya ihtiyaç vardır.

Bizde bu çalışmamızda Fourier serileri ile modifiye edilmiş ARIMA-Fourier ve TBATS modellerini ve BATS modelini kullandık. İlk önce Akaike bilgi kriterine göre en düşük AIC veren model en iyi modeldir (Cavanaugh, 1997). Daha sonra bu en iyi modeller arasında en doğru tahmini yakalamak için de MAE, MAPE, MSE ve RMSE gibi performans kriterleri ile tahminleri kıyaslayıp en doğru tahminleri belirledik.

Bu makalenin temel amacı, tipik bir yatırımcı çoğu zaman yanlış bir yatırım zamanlaması yapabilir. Uygun bir zamanda yatırım yapmak kazanç sağlayabilir. Yatırımcılar çoğu zaman hisse senedini ne zaman alacaklarını, ne zaman satacaklarını, ne kadar uzun süre tutacaklarını anlayamazlar. (Grinblatt ve Keloharju, 2000). Karmaşık zaman serilerinin uzun dönem tahminleri için Fourier tabanlı, ARIMA-Fourier modelleri, BATS ve TBATS modellerini karşılaştırdıktan sonra gelecekteki seyrini öngörebilmek adına başarılı bir tahmin modeli geliştirmektedir.

Bu çalışmanın önemi Ülkemizde Fourier serileri ile yapılmış çalışmaların az olması ve yapılan çalışmaların çoğunun da birim kök tespit etmeye veya piyasa etkinliğine yönelik olduğu belirlenmiştir. Bu doğrultuda Fourier serileri ile modifiye edilmiş geleneksel ARIMA ve Box-Cox dönüşüm modelleri ile uzun dönem tahminlerde bulunup geleneksel modellerin yakalayamadığı çoklu mevsimsellik ve karmaşık yapıda olan zaman serilerini daha iyi tahminlerle öngörmede bulunmaktadır (Iwok ve Udoh, 2016).

Literatür Araştırması

De Livera ve ark. (2011) çalışmalarında üç çeşit veri kullanmışlardır. Tamsayı olmayan mevsimsel dönemler; Şubat 1991'den Temmuz 2005'e kadar ABD bitmiş motor benzin ürünleri (günde binlerce varil). Çoklu iç içe mevsimsel dönemler; Hafta içi sabah 7 ile akşam 21:05 arasında işlenen arama varışlarının sayısı. 3 Mart 2003'ten 23 Mayıs 2003'e kadar büyük bir Kuzey Amerika ticari bankasında ve birden çok iç içe olmayan ve tamsayı olmayan mevsimsel dönemler; 1 Ocak 2000'den 31 Aralık 2008'e kadar Türkiye elektrik talep verilerine geleneksel durum uzay modelleri (ETS) modifiye edilmiş BATS ile TBATS modellerini uyguladılar. Birinci veri ABD benzin verileri için BATS(0.9875,1,0,1,52) ve TBATS(0.9922,1,0,1,{365.25/7,7}) İkinci veri çağrı merkezi verileri için BATS(0.4306,NA, 3, 0, 169, 845) ve TBATS(1,NA,3,1,{169,29},{845,15}) Üçüncü veri

Türkiye elektrik talebini verileri için BATS(0.0013, 1, 0, 0, 7, 354, 365) ve TBATS(0.1393, 1, 3, 2, {7, 3},{354.37, 23},{365.25, 3}) en iyi modeller olarak belirlenmiştir. Sonuç olarak, karmaşık mevsimsel zaman serileri için önerilen tahmin prosedürlerinin kullanımının, son ampirik çalışmalarda kullanılan bazı sezgisel tahmin prosedürlerinden nispeten daha az hesaplama süresi gerektirdiğini belirlenmiştir.

Konarasinghe ve Abeynayake (2015), Fourier dönüşümünün Srilanka hisse senedi piyasasının Hisse Senedi Getirilerine uyguladılar ve Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama (ARIMA) modeli ile karşılaştırdılar. Aylık getirileri trigonometrik serilere dönüştürmek için Fourier dönüşümünü ve genlikleri tahmin etmek amacıyla çoklu regresyon analizini kullandılar. Fourier dönüşümünün regresyon analiziyle birlikte ARIMA modelinden daha iyi olduğunu ve Srilanka hisse piyasasının bireysel şirket getirilerini tahmin etmek için uygun olduğu sonucuna vardılar.

Hassani, ve ark. (2015) çalışmalarında, 1 ay öncesinden 24 ay öncesine kadar 24 tahmin ufkunda 17 farklı tahmin tekniğinin uygulanmasını yapmak ve altının gelecekteki fiyatını doğru bir şekilde tahmin etmede belirli bir tahmin modelinin hem kısa hem de uzun vadeli etkinliğini yakalamayı amaçladılar. Bu bağlamda www.kitco.com'dan Ocak 1972'den Aralık 2013'e kadar aylık gözlemleri temsili olan altın, gümüş, platin, paladyum ve rodyum fiyatları ile ilgili veriler kullanıldı. Çalışmada otoregresif model, optimize edilmiş bir otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modeli, üstel yumuşatma (ETS), Box-Cox dönüşümü ile trigonometrik ETS durum uzayı modeli, ARMA hataları, trend ve mevsimsel bileşenler (TBATS), kesirli ARIMA modeli (ARFIMA), vektör otoregresyon (VAR), Bayesian otoregresyon (BAR) modellerinin beş varyasyonu ve Bayesian VAR (BVAR) modellerinin beş varyasyonu. Rastgele yürüyüş (RW) modeli ile karşılaştırdılar. 1 ve 9 adım ilerideki tahmin ufkunda RW'den daha iyi performans gösteremeyeceğini gösterirken, genel olarak ETS modeli, en düşük ortalama RMSE genelinde optimize edilmiş ARIMA modeliyle ve TBATS ilgili ikinci ve üçüncü en iyi performansları raporlayarak örnek dışı en iyi tahmin performansını gösterdiğini belirlediler.

Darko ve ark. (2016) çalışmalarında, katı atık yönetimi için bilinçli karar vermeyi kolaylaştırmak amacıyla, Gana, Kumasi'de katı atık oluşumunu tahmin etmek için bir Fourier serisi modelini kullandılar. Gana'daki Kumasi Büyükşehir Meclisi'nin katı atık bölümünden 2007'den 2014'e kadar aylık katı atık verileri alındı. Bu, katı atık tahmini için Fourier serisi modelini formüle etmek için kullanıldı. Bu yaklaşım, katı atık tahmini için onları daha uygun hale getiren verilerin özelliklerini içerir. Fourier serisi modelinde ele alınan 84 dönemden 42'sinin katı atık oluşumunu tahmin etmek için en iyi model olduğu bulundu. 1 yıllık aylık tahmin, yüksek şehirleşme ve nüfus artışı sonucunda katı atık üretiminin artacağını ortaya koydular. Benzer şekilde Shu ve ark. (2014) de Yeni Zelanda da turizm sayısını belirlemek için ARIMA kalıntılara Fourier serilerini uygulamış ve daha iyi tahmin sonuçları elde etmişlerdir.

Iwok ve Udoh (2016) çalışmalarında ARIMA-Fourier modeli ve Dalgacık modelinin performansları karşılaştırdılar. Ancak ARIMA-Fourier modelinde orijinal seri yerine farkı alınmış seri kullanılırken dalgacık analizinde orijinal seri dönüştürülmedi. Veriler (TÜFE) Nijeryalı Resmî Web sitesinden (www.cbn.gov.ng) alınmıştır. İki rakip modelin (arma-fourier ve dalgacıklar) artık otokorelasyon fonksiyonu (ACF) grafikleri, her iki durumda da %95 güven aralığı içerisinde herhangi bir artış göstermediğinden, uydurulan modellerin geçerliliği ve yeterliliği hakkında herhangi bir sorun olmadığını belirtir. Rakip iki model MSE, MAE ve MAPE kullanılarak değerlendirildi. Elde edilen sonuç, dalgacık yönteminin tüm hesaplamalarda en az hata istatistiğine sahip olduğunu göstermiştir.

Naim ve ark. (2018) çalışmalarında ARIMA, SARIMA, ETS gibi geleneksel zaman serisi teknikleri, bir zaman diliminde tek mevsimselliği ele almak için tasarlanmıştır, ancak birden fazla mevsimselliğin kullanılmasyla, bu teknikler tatmin edici bir şekilde performans gösteremez. Böylece, birden fazla mevsimsel veri için BATS ve TBATS gibi ileri teknikleri kullanmaya ihtiyaç vardır. Bu çalışmanın temel amacı, karmaşık zaman serilerinin kısa süren tahminleri için BATS ve TBATS modellerini karşılaştırdıktan sonra başarılı bir tahmin modeli geliştirmektir. Her iki model de Hindistan'ın Central Foundry Forge Plant (CFFP), BHEL'in günlük doğal gaz tüketim verilerine uygulanmıştır. Bu iki modelin tahmin doğruluklarını karşılaştırmak için iki hata bileşeni RMSE ve MAPE gibi farklı model performans kriterleri uygulanmıştır. Daha az sayıda parametreye sahip ve bünyesinde Fourier serilerinin barındıran TBATS modeli, bu belirli veri setinin minimum hata ile tahmin edilmesi için daha uygun bir teknik olarak bulunmuştur. Çalışmanın gelecekteki kapsamı, Hindistan tatillerinin günlük zaman serisi verileri üzerindeki etkisini içerebilir ve sıcaklığın doğal gaz tüketimi üzerindeki etkisi de mikro düzeyde daha fazla analiz için düşünülebilir.

Mijinyawa ve ark. (2019) çalışmalarında, Nijerya'nın Gayri Safi Yurtiçi Hasılasını (GSYİH) tahmin etmek için kullanılabilecek bir Fourier serisi modeli oluşturmaya odaklanmakta ve GSYİH'nın trend modelini incelemeyi amaçlamaktadırlar. Bu araştırma için Nijerya Merkez Bankası web sitesinden (www.cbn.gov.ng) toplanan 1960-2017 arasında değişen Nijerya'nın gayri safi yurtiçi hasılası (GSYİH) hakkındaki yıllık veriler kullandılar. Fourier serisini uydururken, sinüzoidal fonksiyondaki bileşenlerin sayısını dikkate almak önemlidir. Nijerya'nın GSYİH'sinin, bilgi kriterleri (AIC ve BIC) tarafından önerildiği gibi, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının en iyi ihtimalle dört çiftini içerdiği sonucuna vardılar.

Phumchusri ve Ungtrakul (2020) Tayland, Phuket'te 4 yıldızlı bir otel için hem zaman serileri hem de nedensel yöntemlerle tahmin modelleri sunmaktadır. Holt-Winters, Box-Jenkins, Box-Cox dönüşümü, ARMA hataları, trend ve çoklu mevsimsel modeller (BATS), trigonometrik BATS (TBATS), yapay sinir ağı (ANN) ve destek vektör regresyonu araştırılır. Bu kapsamda 2008-2017 yılları arasında turistlerin sayısı Holt-Winters, SARIMA, BATS, TBATS, Artificial neural network (ANN) ve Support vector regression (SVR) yöntemleri kullanıldı. Bulgular, YSA'nın %8,96 ile en düşük MAPE'ye sahip diğer modellerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koydu. Ayrıca incelenen

Makine Öğrenimi tekniklerinin, BATS ve TBATS gibi karmaşık mevsimsellik verileri için tasarlanmış gelişmiş zaman serisi yöntemlerinden daha iyi performans gösterdiğini göstermektedir.

Boudrioua ve Boudrioua (2020) çalışmalarında, Box-Jenkins metodolojisini kullanarak Cezayir Menkul Kıymetler Borsası, ASE endeksinin (DZAIRINDEX) aylık getirilerini modellemek istediler. Bunun için Haziran 2010'dan Mayıs 2020'ye kadardır. Verileri eğitim ve test getirileri veri kümeleri olarak işlendi. Box-Cox modelleri ve Mevsimsel ARIMA-Fourier modellerini ME, MAE, RMSE, MASE performan ölçülerini kullanarak öngöründe bulundular. Sonuç olarak, mevsimlik ARIMA-Fourier (2,0,0)(0,0,1)₁₂ modelinin Cezayir'deki politika yapıcılar ve yatırımcılar tarafından Cezayir Menkul Kıymetler Borsası tahmininde daha iyi yatırım elde etmek için kullanılabileceği sonucuna ulaşılabilir.

Lencenadogo ve Pius (2020) çalışmalarında 2000-2014 yılları arasında Port Harcourt Rivers State'teki (Nijerya Meteoroloji Ajansı) ortalama yağış verilerinin modellenmesinde Fourier Zaman Serisi modelindeki mevsimsel otoregresif entegre hareketli ortalama (SARIMA) modelini karşılaştırdılar. Veriler gerekli durağanlık şartlarını sağladıktan sonra Fourier serisi ve mevsimsel otoregresif hareketli ortalama modeller mevsimsel bileşenin 12 aylığına indirgenmiştir. Daha iyi modeller seçmek için Akaike bilgi kriteri (AIC) kullandılar. En iyi model, SARIMA(1,0,1)(1,1,1)₁₂ modelinin minimum AIC değerine sahip olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla SARIMA modeli, Port Harcourt'taki yağış verilerinin modellenmesinde Fourier serisi modellerinden daha iyi performans göstermektedir.

Son ve ark. (2020) çalışmalarında, akıllı şebeke ortamında bir talep yönetim sisteminin kritik bir unsuru olarak elektrik talebini tahmin etmektir. Bu çalışmada kullanılan veriler, güç ölçümünde hiçbir kayıp noktası olmayan akıllı şebeke ortamında 86 firmayı hedefleyen şirketin güç tüketimidir. Analiz, 12 Şubat 2014 ile 28 Nisan 2014 arasındaki 11 hafta boyunca saatlik veriler kullanılarak yapıldı ve modele 12 Şubat 2014 ile 21 Nisan 2014 arasındaki veriler için öngöründe bulunmaktadır. Model uydurma sürecinde DSHW modeli, TBATS modeli ve FARIMA (ARIMA+Fourier) modeli uygulanmış ve her bir küme için en küçük MAPE'yi veren yöntem kullanılarak tahmin gerçekleştirilmiştir. En küçük MAPE'yi veren yöntem yani en iyi öngörüğü gerçekleştiren model FARIMA (ARIMA+Fourier) modeli en iyi tahmin sonucu vermiştir.

Bağcı (2021) çalışmasında, Türkiye'de gerçekleşen enflasyon oranını temsilen TÜFE'yi kullanmıştır. Çalışmada enflasyon oranına ait 1 Ocak 2015- 31 Mart 2020 tarihleri arasındaki aylık veriler kullandı. Bu çalışmada öncelikle, literatürde sıkça kullanılan iki farklı tahmin tekniği olan ARIMA modeli ve GM(1,1) modeli ile Türkiye'de enflasyon oranı tahmin edilerek hata terimleri hesaplandı. Elde edilen bu hata terimleri, Fourier serileri yardımıyla modifiye edilerek yeni tahmin değerleri elde edildi ve doğruluk oranları arttırıldı. Orijinal modeller ile yapılan tahminlemelerde ARIMA modelinin GM(1,1) modelinden daha başarılı olduğu görüldü. Sonrasında, Fourier modifikasyonu uygulandı ve bu modellerin orijinal modellerden çok daha başarılı sonuçlar ürettiği, en başarılı sonucun da Fourier modifikasyonlu GM(1,1) modeline ait

olduğu görüldü. Türkiye açısından bakıldığında enflasyonun ciddi bir düşüş eğilimi göstermeyeceği ve bu konu üzerine yoğunlaşması gerektiği söylenebilir. Burada söz konusu bu çaba bazen yeni tekniklerin geliştirilmesi şeklinde olurken bazen de var olan tekniklerin modifikasyonuna dayanmaktadır. Bu alt amaçlar birleştirildiğinde çalışmanın ana amacı, mevcut tahmin yöntemlerinin (ARIMA ve GM(1,1)) Fourier serileri yardımıyla geliştirilerek önemli ekonomik değişkenlerden olan Türkiye’de enflasyon oranının mümkün olduğu kadar doğru tahmin edilmesi olarak açıklanabilir.

Yöntem

Borsa İstanbul (BİST30) endeksinin aylık ortalama kapanış değeri üzerinden zaman serisi analizi yapılmış ve 24 aylık öngörüler hesaplanmıştır. tüm zaman serileri için, Fourier ile modifiye edilmiş Arima-Fourier (K=1), Arima-Fourier (K=2), Arima-Fourier (K=3) ve TBATS hibrit modeli ve BATS modeli kullanılarak zaman serisi analizleri yapılmıştır. Kurulan modellerin başarısını değerlendirmek için ortalama kare hata (MSE), kök ortalama kare hata (RMSE), ortalama mutlak hata (MAE) ve ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) performans ölçütleri kullanılmıştır. MSE, RMSE, MAE ve MAPE performans ölçütleri için en düşük değeri veren model diğer modellere göre daha başarılı olduğu sonucuna varılmıştır.

Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, geleneksel ARIMA modelleri ve Box-Cox dönüşümüne dayanan modelleri Fourier katsayılarını ekleyerek modifiye edilmiş yeni modeller kullanarak daha iyi tahmin sonuçları elde etmektir. Bu amaçla ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=1) ve TBATS modelleri ve BATS modeli kullanılmıştır. Bu doğrultuda elde edilen bu modellerin doğruluklarını kıyaslamak ve en iyi tahmin sonucunu belirlemek için ortalama mutlak hata (MAE), ortalama mutlak yüzde hata (MAPE), ortalama kare hata (MSE) ve kök ortalama kare hata (RMSE) gibi performans ölçütleri kullanılmıştır.

Araştırmanın Evreni ve Örneklemi / Araştırmanın Çalışma Grubu

Bu çalışmada Borsa İstanbul (BİST30)’deki bazı bankaların Ocak 2000 ile Ocak 2022 arası aylık ortalama kapanış verilerine yukarıda bahsettiğimiz modelleri uygulayıp en iyi tahmin sonucunu veren modeli belirlemektir. Seçilen model üzerinden 24 aylık öngörüler elde edilmiştir. Analizlerin tamamı R-Project yazılımı (R Core Team, 2021) ve bu yazılımda bulunan forecast (Hyndman vd., 2020), nnfor (Kourentzes, 2019) ve seastests (Ollech, 2021) paketleri kullanılarak hazırlanmıştır.

Veri Toplama Araçları ve Süreci

Borsa İstanbul (BİST30) verileri EVDS (Elektronik Veri Dağıtım Sistemi) den alındı. İlk adımda tüm zaman serilerin durağan olup olmadığı Artırılmış Dickey-Fuller

(ADF) testi ile incelenmiştir. İnceleme sonucunda durağan olmayan değişkenlerin birinci dereceden farkları alınmıştır. Daha sonra bu bankaların aylık ortalama kapanış değerlerine ait zaman serileri için beyaz gürültü özelliğine sahip olup olmadığı, trend ve/veya mevsimsel bileşen içerip içermediği araştırılmıştır. Beyaz gürültü varlığı Ljung-Box testi ve mevsimsel bileşen varlığı ise Ollech-Webel birleştirilmiş testi (WO-test) ile incelenmiştir.

Verilerin Analizi

ARIMA-Fourier modeli ilk olarak Nachane ve ark. (2014) tarafından ARIMA’nın eksikliklerini gidermek için ortaya konuldu. Yöntem hem lineer hem de trigonometrik fonksiyonlar ile zaman serilerini uydurma yeteneğine sahiptir. Serilerin durağanlığını elde etmek için fark alınırsa ARIMA formu elde edilir (Iwok ve Udoh, 2016). Yani serinin hem doğrusal hem de dalgalanma bileşenlerinin birleştirilmesiyle Otoregresif entegre hareketli ortalama ve Fourier modeli elde edilir.

ARIMA modellemesi trend, mevsimsellik ya da birden fazla mevsimselliğin olduğu zaman serileri için uygun olmadığı ve zaman serisi verilerine mevsimsel varyasyon hâkim olduğunda ya da çoklu mevsimselliği modellemek için Fourier serisi kullanılması uygundur. Fourier terimleri biçimindeki dış regresyonlar, mevsimsel davranışı hesaba katmak için bir ARIMA modeline eklenir (Hyndman ve Athanasopoulos, 2014). Arima-Fourier modeli, dizinin hem doğrusal hem de sinüzoidal bileşenlerini birleştirilerek elde edilir (Iwok ve Udoh, 2016)

Fourier Dönüşümü Kullanan ARIMA Modeli

Mevsimsel desenli seriler ARIMA modelleri ile yeterince temsil edilememektedir. Bu tür dizileri analiz etmek için Wold (1974), dizileri mevsime göre iki boyutlu bir tabloda düzenlemiştir; toplamlar ve ortalamalar hesaplanmıştır. Wold (1974) gösteriminde, bir zaman serisinin trend döngüsü, mevsimsel ve düzensiz bileşenlerden oluştuğu düşünülmektedir. Bu bileşenleri tahmin etmek için genellikle birkaç ayrıştırma söz konusudur. Box ve Jenkins (1970) ARIMA modellerinin mevsimsel kısmı içerecek şekilde bir uzantısını yapmış ve mevsimsel otoregresif bütünleşik hareketli ortalama (SARIMA) modelleri olarak adlandırılmıştır. Bu çabalara rağmen, modeller çoğu periyodik seriyi yeterince temsil etmemektedir.

Periyodik zaman serilerini modellemek için yaygın olarak kullanılan daha iyi bir prosedür Fourier analizidir. Bu yöntem, zaman serisini, temel olarak adlandırılan bir dizi fonksiyonla temsil eder, öyle ki, incelenen tüm fonksiyonlar, temeldeki bu fonksiyonların doğrusal kombinasyonları olarak yazılabilir. Bu fonksiyonlar, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını veya karmaşık üstelleri içerir. Fourier serisi yaklaşımı, çeşitli frekanslarda sinüzoidal davranış açısından zaman serilerinin dalgalanmasını tanımlar. Şimdi de mevsimsel bileşeni barındıran SARIMA modeline Fourier terimlerini ekleyelim (FSARIMA). Çünkü buraya kadar verilen modellerin birleşimi ile ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s modelini elde ederiz. Bir zaman serisi n gözlemleri göz önüne alındığında, Fourier temsil, aşağıda gösterilen q dikey

trigonometrik fonksiyonlar kümesidir. Benzer şekilde ARIMA modeline Fourier terimlerini eklediğimizde ARIMA-Fourier modeli (FARIMA) oluşur. Belirli bir noktayı bir periyoda uydurmak için Walker (1991) tarafından önerilen Fourier dönüşümü;

ARIMA için Fourier temsili:

$$Y_t = a_0 + \sum_{k=1}^K \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) + \varepsilon_t \right]$$

$$a_k = n/2 \sum_{t=1}^{n/2} \left[Y_t \cos\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) \right]$$

$$b_k = n/2 \sum_{t=1}^{n/2} \left[Y_t \sin\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) \right]$$

Burada, a_0 mevsimsel dönemlerin ortalamasıdır ve K , Fourier dönüşümü tahmini için her bir dönem olarak kabul edilen frekans(hamonik) dönemidir, k peryottur, n gözlemlenen toplam veri noktaları, t ayrı veri noktaları sayısı, k dikkate alınan dönem, ε_t , ortalaması 0 ve varyansı σ^2 olan bağımsız bir hata terimidir. Yani $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dır (Rathnayaka, vd., 2015).

SARIMA için Fourier temsili:

$$y_t = \sum_{i=1}^q \alpha_i \cos(2\pi f_i t) + \beta_i \sin(2\pi f_i t) + e_t$$

Tarafından tahmin edilen

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^q \alpha_i \cos(2\pi f_i t) + b_i \sin(2\pi f_i t)$$

Burada $q = \frac{n}{2}$,

$$\alpha_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos(2\pi f_i t), \quad b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin(2\pi f_i t)$$

$e_t \sim NIID(0, \sigma^2)$ periyot = $p_i = \frac{n}{i}$, ve $f_i =$

$\frac{i}{n}$ i.harmonic temel frekansı $1/n$ dir (Wiri ve Essi, 2018).

BATS ve TBATS Modelleri

Bu tahmin yöntemi De Livera ve ark. (2011) tarafından sunuldu. BATS modeli, doğrusal olmayan verilerle başa çıkmak için Box-Cox dönüşümü ile entegre edilmiş çift mevsimlik Holt-Winters'ın genişletilmiş bir versiyonudur. BATS modelinin basit zaman serisi modellerine kıyasla tahmin doğruluğunu geliştirdiğini göstermiştir. Bununla birlikte, BATS modeli, mevsimsellik karmaşık ve yüksek frekanslı olduğunda tatmin edici bir performans göstermez. Bu yüzden, De Livera ve ark. (2011), trigonometrik fonksiyonları BATS modeline dahil ederek TBATS modelini ortaya koydular. TBATS modeli, model parametrelerini azaltabilir ve yüksek frekanslı mevsimselliğe sahip veriler için esnekler. Böylece, TBATS, verileri tamsayı olmayan mevsimsel dönem, iç içe olmayan dönemler ve yüksek frekanslı verilerle iyi tahmin sonuçları verir

Temel amacı, karmaşık zaman serilerinin kısa süren tahminleri için BATS ve TBATS modellerini karşılaştırdıktan sonra başarılı bir tahmin modeli geliştirmektir Naim ve ark. (2018). BATS (Box-Cox dönüşümlü Üstel Düzeltme Durum Alanı modeli, ARMA hataları, Trend ve Seasonal Bileşenler) ve TBATS

(Trigonometrik Üstel Düzeltme Durum Alanı modeli, Box-Cox dönüşümlü, ARMA hataları, Trend ve Seasonal Bileşenler), karmaşık mevsimsel zaman serilerini tahmin etmek için oluşturuldu (De Livera ve Hyndman 2009).

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{Y_t^{(\omega)} - 1}{\omega} & \omega \neq 0 \\ \log y^{(\omega)} & = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Denklem (1) bir Box-Cox dönüşümüdür

$$y_t^{(\omega)} = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T S_{t-m_i}^{(i)} + d_t \quad (2)$$

Denklem (2), mevsimsel M modelini temsil eder

$$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \quad (3)$$

$$b_t = (1 - \phi)b + \phi b_{t-1} + \beta d_t \quad (4)$$

$$S_t^{(i)} = S_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t \quad (5)$$

Denklemler (3), (4) ve (5) küresel trendler ve yerel trendlerdir.

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Denklem (6), ARMA tarafından modellenen hatadır.

Burada m_1, m_2, \dots, m_T ($i=1,2,\dots,T$) mevsimsel kalıpların periyotlarını temsil eder, b_t t dönemdeki kısa dönem trend, b ise uzun dönem trend, l_t seviye bileşeni, $S_t^{(i)}$ t zamanındaki mevsimsel bileşeni gösterir, ve d_t düzensiz bileşeni ise ARMA(p, q) bileşenini temsil eder ve ε_t beyaz gürültü sürecidir.

ARMA(p,q) parametreleri φ_i ($i = 1,2, \dots, p$) ve θ_i ($i = 1,2, \dots, q$) ve ε_t Gaus beyaz gürültülü süreç sıfır ortalama ve sabit varyanslı σ^2 (yani NIID(0, σ^2)) dir.

t zamanındaki i. İnci mevsimsel bileşen $S_t^{(i)} = S_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t$ ($t=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,T$)

Burada ω Box-Cox dönüşümü operatörü, ϕ üstel yumuşatma operatörü (yani düşürme parametresi), için Yumuşatma parametreleri, düzeltme parametreleri ($i=1\dots T$) α , β ve γ_i ile verilir. ϕ trend bileşeni sönümlendiğinde trend extrapolasyonu üzerinde daha fazla kontrol sağlayan sönümlleme parametresidir (Taylor, 2003).

Yani: BATS($\omega, \phi, (p, q), m_1, m_2, \dots, m_T$)

BATS ve diğer mevsimsel modeller arasındaki temel fark, ARMA ve Box-Cox dönüşümünün kullanılmasıdır. Bu, verilerdeki ek bilgileri yakalamaya izin verir. BATS modeli, geleneksel mevsimsel yenilik modellerinin birden fazla mevsimsel döneme izin veren en belirgin genellemesidir. Bununla birlikte, tamsayı olmayan mevsimselliği barındıramaz ve çok sayıda duruma sahip olabilir, ilk mevsimsel bileşen tek başına m_T sıfır olmayan durumları içerir (Makridakis ve ark. 1982). Bu, yüksek dönemli mevsimsel desenler için çok sayıda değer haline gelir. TBATS modeli, sırasıyla (2) ve (5) yerine aşağıdaki ifadelerle BATS modelinin bir uzantısıdır. Mevsimsel veriler için Trigonometrik üstel yumuşatma modellerini temsil eden aşağıdaki denklemler;

$$y_t^{(\omega)} = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T S_{t-1}^{(i)} + d_t$$

Genel TBATS toplam denklemi

Mevsimsel veriler için trigonometrik üstel yumuşatma modelleri

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) \quad (7)$$

$$\alpha_{j,t}^{(i)} = \alpha_{j,t-1}^{(i)} + k_1^{(i)} d_t \quad (8)$$

$$\beta_{j,t}^{(i)} = \beta_{j,t-1}^{(i)} + k_2^{(i)} d_t \quad (9)$$

Burada $k_1^{(i)}$ ve $k_2^{(i)}$ yumuşatma parametreleri burada k_i i. Mevsimsel bileşen için gerekli harmoniklerin sayısıdır. ki. inci periyodikliği oluşturan trigonometrik fonksiyon sayısı Bu, (Hannan vd., 1970) tarafından önerilen tek mevsimsel çoklu hata kaynağı temsiline genişletilmiş, değiştirilmiş tekli hata kaynakları versiyonudur ve m_i 'nin çift değerleri için $k_i = m_i/2$ olduğunda ve m_i 'nin tek değerleri için $k_i = (m_i - 1)/2$ olduğunda indeks mevsimsel yaklaşımlara eşdeğerdir ancak çoğu mevsimsel terimler çok daha küçük k_i değerleri gerektirecektir. Bu da tahmin edilecek parametre sayısını azaltacaktır. (Harvey, 1990).

$$\alpha_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) - s_{j,t-1}^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t) \quad (10)$$

$$\beta_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t) - s_{j,t-1}^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) \quad (11)$$

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \quad (12)$$

Burada

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + [k_1^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) + k_2^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t)] d_t \quad (13)$$

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + [k_2^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) + k_1^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t)] d_t \quad (14)$$

(15) ve (16) denklemleri Fourier tarafından modellenen mevsimsel kalıplar

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \quad (15)$$

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + \gamma_1^{(i)} d_t \quad (16)$$

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \gamma_2^{(i)} d_t \quad (17)$$

$\gamma_1^{(i)}$ ve $\gamma_2^{(i)}$ yumuşatma parametreleridir. $\lambda_j^{(i)} = 2\pi j / m_i$ 'inci mevsimsel bileşenin stokastik düzeyini $s_{j,t}^{(i)}$ ile ve mevsimsel bileşendeki zaman içinde değişimi tanımlamak için gerekli olan i'inci mevsimsel bileşenin düzeyindeki stokastik büyümeyi $s_{j,t}^{*(i)}$ tanımlarız.

TBATS($\omega, \phi, (p, q), \{m_1, k_1\}, \{m_2, k_2\}, \dots, \{m_T, k_T\}$) dir.

Bir TBATS modeli, bir BATS modellerindeki mevsimsel çekirdek parametrelerinin sayısından çok daha küçük olması muhtemel olan $2(k_1 + k_2 + \dots + k_T)$ başlangıç mevsimsel değerlerinin tahminini gerektirir. Trigonometrik fonksiyonlara dayandığından, tamsayı olmayan mevsimsel frekansları modellemek için kullanılabilir (De Livera ve Hyndman 2009).

Ayrıca Livea ve ark. (2011), TBATS modelini sağlayarak West ve Harrison (1997) ve Harvey (1990) tarafından önerilen Fourier serisi formuna dayalı olarak mevsimsel bileşenlerin trigonometrik bir temsilini sunmuştur.

BATS ve TBATS tahmininde temel işlevi, uygun model parametrelerinin seçilmesidir. Bu seçim tamamen otomatiktir ve veriyi karakterize etmek için modelin kendisi tarafından kullanılan mevsimsel, trend ve rastgele bileşenlerdeki zaman serilerinin ayrıştırılmasıyla elde edilir. Model parametreleri için en iyi değerler Akaike bilgi kriteri ile seçilir (Akaike, 1974).

$$AIC = 2k - 2 \log(L)$$

Burada k, modeldeki tahmin edilen parametre sayısıdır ve L, model için olabilirlik fonksiyonunun maksimum değeridir. Daha sonra elde edilen bu modeller arasında en iyi tahmini veren modeli tespit etmek için de MAE, MAPE, MSE ve RMSE performans kriterlerine göre belirlenir.

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |Y_t - \hat{Y}_t|$$

$$MAPE = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \right] \times 100$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

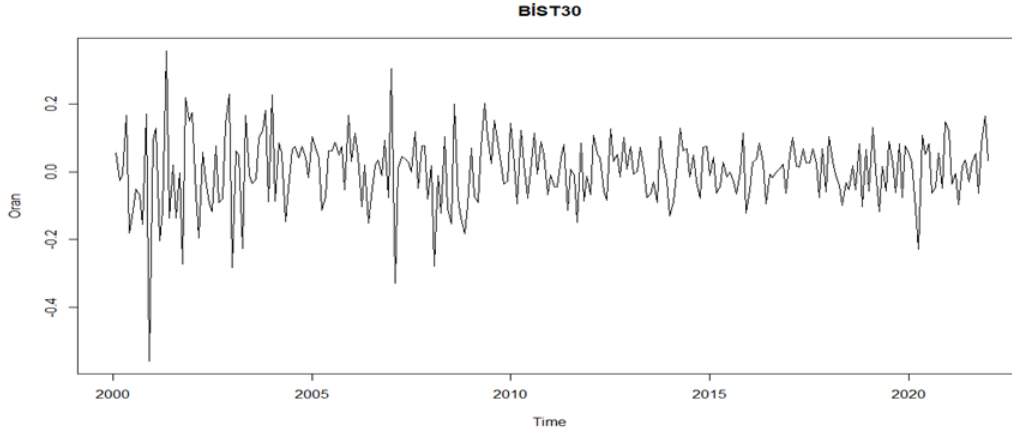
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{Y}_t)^2}$$

Burada N toplam gözlem sayısı, Y_t gerçek değer ve \hat{Y}_t ise tahmin değeridir.

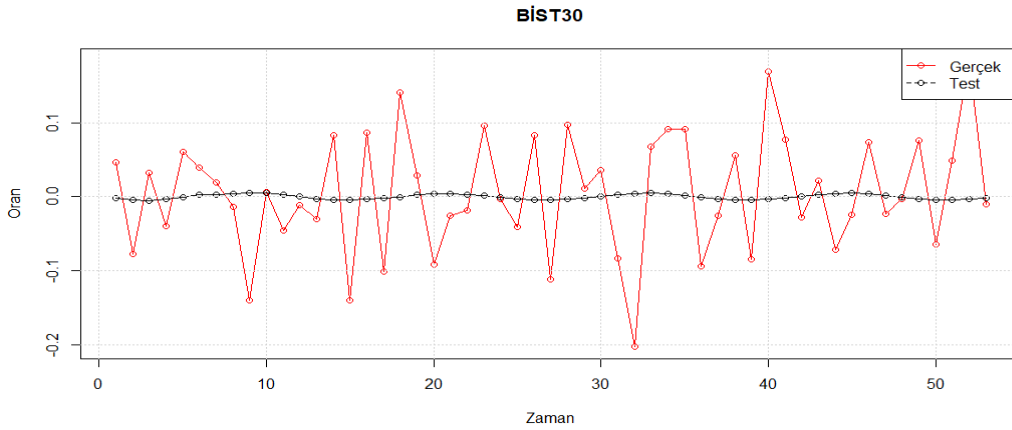
Bulgular

Şekil 1'de 2000-2022 arası BİST30 oransal değişimlerine ait zaman serisi grafikleri gösterilmektedir. Zaman serisi grafiği incelendiğinde, BİST30 oransal değişimlerine ait zaman serisinin durağan bir yapı sergilediği ve trend içermediği görülmektedir. Ayrıca, zaman serisinin durağan olup olmadığı ADF birim kök testi ile incelenmiş ve serinin durağan olduğu saptanmıştır ($p < 0,01$). Bu bulgular ışığında hem zaman serisi grafiği açısından hem de ADF birim kök testi açısından BİST30 oransal değerlerine ait zaman serisi durağandır.

Zaman serisinin beyaz gürültü özelliğine sahip olup olmadığı ise Ljung-Box testi ile değerlendirilmiştir. Test bulgularına göre, BİST30 oransal değişimlerine ait zaman serisinin beyaz gürültü özelliğine sahip olduğu saptanmıştır ($p > 0,10$).



Şekil 1. 2000-2022 arası BİST30 oransal değişimleri
Figure 1. BIST30 rate changes between 2000-2022



Şekil 2. Test tahmin sonuçlarına ait zaman serisi grafiği
Figure 2. Time series graph of test prediction results

Çizelge 1. BİST30 oransal değişimlerine ait tanımlayıcı istatistikler

Table 1. Descriptive statistics of BIST30 ratio changes

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0,000	0,100	0,010	-0,540	0,320	-0,810	3,360

Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Çizelge 2. Kullanılan tahmin tekniklerini seçme kriterleri

Table 2. Criteria for selecting the estimation techniques used

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0,006	0,080	0,065	2,402
Arima-Fourier (K=2)	0,007	0,083	0,067	0,717
Arima-Fourier (K=3)	0,007	0,084	0,068	0,865
BATS	0,006	0,080	0,065	30,956
TBATS	0,006	0,080	0,065	30,956

Zaman serisinin mevsimsel bileşene sahip olup olmadığı Ollech-Webel birleştirilmiş testi (WO-test) ile incelenmiş ve serinin mevsimsel bileşene sahip olduğu görülmüştür ($p < 0,05$). Bu bulgu ışığında, zaman serisi mevsimsel bileşenden arındırılmış ve analizlere devam edilmiştir. Çizelge 1.'de mevsimsel bileşenden arındırılmış BİST30 oransal değişimlerin tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, mevsimsel bileşenden arındırılan BİST30 oransal değişimlerin ortalaması 0.000 olarak bulunmuştur.

Çizelge 2.'de bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir.

Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.006), RMSE (0.080) ve MAE (0.065) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçütü için en düşük değer Arima-Fourier (K=2) tekniğinde bulunmuştur. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BİST30 oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.

Şekilde 2'de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen mevsimsel bileşenden arındırılmış BİST30 oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Çizelge 3. Test tahmin sonuçları

Table 3. Test prediction results

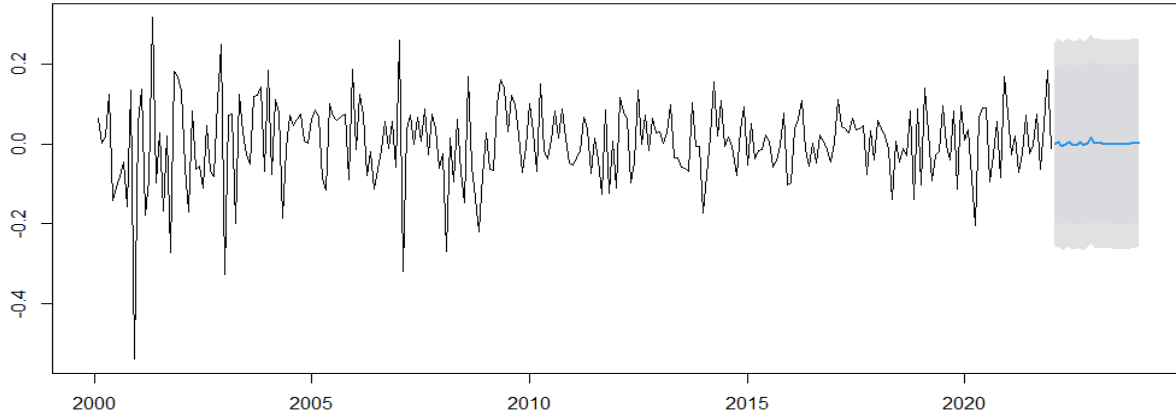
Ay	Yıl	Gerçek Test	Test Tahmini	%95 Alt sınır	%95 Üst sınır	%99 Alt sınır	%99 Üst sınır
Eylül	2017	0,047	-0,002	-0,210	0,205	-0,275	0,271
Ekim	2017	-0,078	-0,004	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Kasım	2017	0,032	-0,006	-0,213	0,202	-0,279	0,267
Aralık	2017	-0,040	-0,003	-0,211	0,204	-0,276	0,270
Ocak	2018	0,061	0,000	-0,208	0,207	-0,273	0,272
Şubat	2018	0,039	0,003	-0,205	0,210	-0,270	0,275
Mart	2018	0,020	0,003	-0,204	0,211	-0,270	0,276
Nisan	2018	-0,014	0,004	-0,204	0,211	-0,269	0,277
Mayıs	2018	-0,140	0,005	-0,202	0,213	-0,267	0,278
Haziran	2018	0,007	0,006	-0,202	0,213	-0,267	0,278
Temmuz	2018	-0,045	0,002	-0,205	0,210	-0,270	0,275
Ağustos	2018	-0,012	0,001	-0,207	0,208	-0,272	0,273
Eylül	2018	-0,030	-0,003	-0,211	0,204	-0,276	0,269
Ekim	2018	0,083	-0,005	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Kasım	2018	-0,140	-0,005	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Aralık	2018	0,087	-0,003	-0,211	0,204	-0,276	0,270
Ocak	2019	-0,102	-0,002	-0,209	0,206	-0,274	0,271
Şubat	2019	0,140	-0,001	-0,208	0,207	-0,273	0,272
Mart	2019	0,029	0,003	-0,205	0,210	-0,270	0,275
Nisan	2019	-0,092	0,004	-0,204	0,212	-0,269	0,277
Mayıs	2019	-0,025	0,004	-0,203	0,212	-0,268	0,277
Haziran	2019	-0,018	0,003	-0,205	0,210	-0,270	0,276
Temmuz	2019	0,097	0,001	-0,206	0,209	-0,272	0,274
Ağustos	2019	-0,003	-0,001	-0,209	0,206	-0,274	0,272
Eylül	2019	-0,040	-0,003	-0,211	0,204	-0,276	0,270
Ekim	2019	0,083	-0,004	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Kasım	2019	-0,112	-0,005	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Aralık	2019	0,097	-0,004	-0,211	0,204	-0,276	0,269
Ocak	2020	0,011	-0,002	-0,209	0,206	-0,274	0,271
Şubat	2020	0,036	0,001	-0,207	0,208	-0,272	0,274
Mart	2020	-0,083	0,003	-0,205	0,211	-0,270	0,276
Nisan	2020	-0,203	0,004	-0,203	0,212	-0,268	0,277
Mayıs	2020	0,067	0,005	-0,203	0,212	-0,268	0,277
Haziran	2020	0,091	0,004	-0,204	0,211	-0,269	0,276
Temmuz	2020	0,092	0,002	-0,206	0,209	-0,271	0,274
Ağustos	2020	-0,094	-0,001	-0,208	0,207	-0,274	0,272
Eylül	2020	-0,026	-0,003	-0,211	0,205	-0,276	0,270
Ekim	2020	0,056	-0,004	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Kasım	2020	-0,085	-0,005	-0,212	0,203	-0,278	0,268
Aralık	2020	0,169	-0,004	-0,211	0,204	-0,276	0,269
Ocak	2021	0,077	-0,002	-0,209	0,206	-0,274	0,271
Şubat	2021	-0,027	0,001	-0,207	0,208	-0,272	0,274
Mart	2021	0,021	0,003	-0,205	0,211	-0,270	0,276
Nisan	2021	-0,071	0,004	-0,203	0,212	-0,268	0,277
Mayıs	2021	-0,025	0,005	-0,203	0,212	-0,268	0,278
Haziran	2021	0,073	0,004	-0,204	0,211	-0,269	0,276
Temmuz	2021	-0,023	0,002	-0,206	0,209	-0,271	0,274
Ağustos	2021	-0,003	-0,001	-0,208	0,207	-0,274	0,272
Eylül	2021	0,076	-0,003	-0,211	0,205	-0,276	0,270
Ekim	2021	-0,064	-0,004	-0,212	0,203	-0,277	0,268
Kasım	2021	0,049	-0,005	-0,212	0,203	-0,278	0,268
Aralık	2021	0,184	-0,004	-0,211	0,204	-0,276	0,269
Ocak	2022	-0,010	-0,002	-0,209	0,206	-0,274	0,271

Çizelge 4. Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık öngörü değerleri

Table 4. 24-month prediction values according to Arima-Fourier (K=1) model

Ay	Yıl	Tahmin	%95 Alt sınır	%95 Üst sınır	%99 Alt sınır	%99 Üst sınır
Şubat	2022	-0,002	-0,198	0,195	-0,260	0,257
Mart	2022	0,004	-0,195	0,203	-0,258	0,266
Nisan	2022	-0,006	-0,205	0,193	-0,267	0,256
Mayıs	2022	-0,001	-0,200	0,198	-0,263	0,260
Haziran	2022	0,004	-0,195	0,203	-0,257	0,266
Temmuz	2022	-0,002	-0,201	0,197	-0,264	0,259
Ağustos	2022	-0,002	-0,201	0,197	-0,264	0,259
Eylül	2022	0,003	-0,196	0,202	-0,258	0,265
Ekim	2022	-0,004	-0,203	0,195	-0,266	0,257
Kasım	2022	0,003	-0,196	0,202	-0,259	0,264
Aralık	2022	0,014	-0,185	0,213	-0,248	0,276
Ocak	2023	0,001	-0,198	0,200	-0,260	0,263
Şubat	2023	0,001	-0,198	0,201	-0,261	0,263
Mart	2023	0,002	-0,198	0,201	-0,260	0,264
Nisan	2023	0,000	-0,200	0,199	-0,262	0,262
Mayıs	2023	0,000	-0,200	0,199	-0,263	0,262
Haziran	2023	0,000	-0,200	0,199	-0,262	0,262
Temmuz	2023	-0,002	-0,201	0,198	-0,264	0,260
Ağustos	2023	-0,002	-0,201	0,198	-0,264	0,260
Eylül	2023	-0,001	-0,200	0,199	-0,263	0,262
Ekim	2023	-0,001	-0,201	0,198	-0,263	0,261
Kasım	2023	0,001	-0,199	0,200	-0,261	0,263
Aralık	2023	0,003	-0,196	0,203	-0,259	0,265
Ocak	2024	0,002	-0,198	0,201	-0,261	0,264

Forecasts from Regression with ARIMA(2,0,1)(2,0,0)[12] errors



Şekil 3. Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık öngörüler
Figure 3. 24-month forecasts according to the Arima-Fourier (K=1) model

Çizelge 3.’de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen mevsimsel bileşenden arındırılmış BİST30 oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.

Şekil 3’de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık mevsimsel bileşenden arındırılmış BİST30 oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

Çizelge 4.’de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık mevsimsel bileşenden arındırılmış BİST30 oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

Tartışma ve Sonuç

BIST30 endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.006), RMSE (0.080) ve MAE (0.065) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçütü için en düşük değer Arima-Fourier (K=2) tekniğinde bulunmuştur.

Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BİST30 oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılmıştır.

Karmaşık mevsimsel kalıplara sahip zaman serilerini tahmin etmek için yenilikçi yaklaşımlara dayalı ve geleneksel modellerin dezavantajlarını ve hantallıklarını gideren hibrit modeller geliştirildi. Geliştirilen bu yeni yaklaşımlar, geleneksel muadillerine alternatifler sunarak çeşitli avantajlar ve ek seçenekler sunar. Önerilen trigonometrik (Fourier serisi tabanlı) çerçevenin önemli bir özelliği, tek mevsimsellik, çoklu mevsimsellik, yüksek dönemli mevsimsellik, tamsayı olmayan mevsimsellik ve çift takvim etkileri ile hem doğrusal hem de doğrusal olmayan zaman serilerini modelleme yeteneğidir. Çünkü Çoğu borsa zaman serisi temelde doğrusal değildir. Bu nedenle, Borsa İstanbul (BİST)'deki hisse senetlerini tahmin etmek için doğrusal olmayan modellerin kullanılması, klasik modellerden daha iyi bir tahmin doğruluğu verebilir.

Zaman serisi analizi ve tahmini, çeşitli pratik alanlarda yaygın kullanımı nedeniyle hayati öneme sahiptir. Zaman serisi verileri, bir değişkenin eşit zaman aralıklarında aldığı sıralı bir diziye veya bir dizi veri noktasına atıfta bulunur. Hisse senedi piyasası, fiyatları zamana göre büyük ölçüde dalgalanan çeşitli bileşenler veya hisse senetlerinden oluşan en karmaşık finansal sistemlerden biri olarak kabul edilir. Hisse senedi piyasası getirilerini tahmin etme kavramı, yatırımcıların borsa trendini anlamalarına ve karar vermelerine, piyasa ile ilişkili yatırım risklerini en aza indirmelerine ve getirilerini iyileştirmelerine yardımcı olduğu finasta çok önemli hale gelmiştir (Lin vd., 2009). Hisse senedi piyasası, fiyatları zamana göre büyük ölçüde dalgalanan çeşitli bileşenler veya hisse senetlerinden oluşan en karmaşık finansal sistemlerden biri olarak kabul edilir. Hisse senedi piyasası tahmini, zamana göre piyasa eğilimlerini ortaya çıkarmayı içerir. Tüm borsa yatırımcıları, yatırımlarının getirisini maksimize etmeyi ve ilişkili riskleri minimize etmeyi amaçlar. Hisse senedi piyasaları son derece hassas ve hızlı değişimlere karşı duyarlı olduğundan, hisse senedi trend tahmininin temel amacı, yüksek kâr getiren hisse senetlerini öngörmek için yeni yenilikçi yaklaşımlar geliştirmektir (Karan, 2020).

Kaynaklar

Badr, A., Makarovskikh, T., Mishra, P., Abotaleb, M., Al Khatib, A. M. G., Karakaya, K., ... ve Attal, E. (2021). Modelling and forecasting of web traffic using Holt's linear, bats and TBATS models. *J. Math. Comput. Sci.*, 11(4), 3887-3915.

Naim, I., Mahara, T., ve Idrisi, A. R. (2018). Effective short-term forecasting for daily time series with complex seasonal patterns. *Procedia computer science*, 132, 1832-1841.

Kulkarni, M., Jadha, A., ve Dhingra, D. (2020, March). Time Series Data Analysis for Stock Market Prediction. In *Proceedings of the International Conference on Innovative Computing ve Communications (ICICC)*. (March 28, 2020). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3563111>

Hyndman, R. J., ve Khandakar, Y. (2008). Automatic time series forecasting: the forecast package for R. *Journal of statistical software*, 27(1), 1-22.

Kourentzes, N. (2019). *nnfor: Time Series Forecasting with Neural Networks*. R package version 0.9.6. <https://CRAN.R-project.org/package=nnfor>.

R Core Team (2021). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

Ollech D. (2021). *seastests: Seasonality Tests. R package version 0.15.4*. <https://CRAN.R-project.org/package=seastests>.

De Livera, A. M., Hyndman, R. J., ve Snyder, R. D. (2011). "Forecasting Time Series With Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing." *Journal of the American Statistical Association*, 106:496, 1513-1527, <https://doi.org/10.1198/jasa.2011.tm09771>

Iwok, I. A., ve Udoh, G. M. (2016). A Comparative study between the ARIMA-Fourier model and the Wavelet model. *American Journal of Scientific and Industrial Research*, 7(6), 137-144.

Walker, J. S. (1991). *Fourier Series*, Oxford University Press, New York.

Nachane, D., ve Clavel, J. G. (2008). "Forecasting interest rates: a comparative assessment of some second-generation nonlinear models." *Journal of Applied Statistics*, 35(5), 493-514. <https://doi.org/10.1080/02664760701835243>

Hannan, E. J., Terrell, R. D., ve Tuckwell, N. E. (1970). "The seasonal adjustment of economic time series." *International Economic Review*, 11(1), 24-52. <https://doi.org/10.2307/2525336>

Saeed, W. (2022). "Frequency-based ensemble forecasting model for time series forecasting." *Computational and Applied Mathematics*, 41(2), 1-17. <https://doi.org/10.1007/s40314-022-01765-x>

Taylor, J. W. (2003). "Exponential smoothing with a damped multiplicative trend." *International journal of Forecasting*, 19(4), 715-725. [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(03\)00003-7](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(03)00003-7)

Harvey, A. C. (1990). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge: Cambridge Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107049994>

Grinblatt, M., ve Keloharju, M. (2000). "The investment behavior and performance of various investor types: a study of Finland's unique data set." *Journal of financial economics*, 55(1), 43-67. [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(99\)00044-6](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(99)00044-6)

Cavanaugh, J. E. (1997). "Unifying the derivations for the Akaike and corrected Akaike information criteria." *Statistics ve Probability Letters*, 33(2), 201-208. [https://doi.org/10.1016/S0167-7152\(96\)00128-9](https://doi.org/10.1016/S0167-7152(96)00128-9)

West, M., ve Harrison, J. (2006). *Bayesian forecasting and dynamic models*. Springer Science ve Business Media.

Harvey, A. C. (1990). *The econometric analysis of time series*. Mit Press.

Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." *IEEE transactions on automatic control*, 19(6), 716-723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>

Konarasinghe, W. G. S., Abeynayake, N. R., ve Gunaratne, L. H. P. (2015). "ARIMA models on forecasting Sri Lankan share market returns." *International journal of novel research in Physics Chemistry and Mathematics*, 2(1), 6-12.

Hassani, H., Silva, E. S., Gupta, R., ve Segnon, M. K. (2015). "Forecasting the price of gold." *Applied Economics*, 47(39), 4141-4152. <https://doi.org/10.1080/00036846.2015.1026580>

Asante-Darko, D., Adabor, E., ve Amponsah, S. K. (2016). "A Fourier series model for forecasting solid waste generation in the Kumasi metropolis of Ghana." *WIT Transactions on Ecology and the Environment*, 202, 173-185. <https://doi.org/10.2495/WM160161>

Shu, M. H., Hung, W. J., Nguyen, T. L., Hsu, B. M., ve Lu, C. H. U. N. W. E. I. (2014). "Forecasting with Fourier residual modified ARIMA model-An empirical case of inbound tourism demand in New Zealand." *WSEAS Transactions on Mathematics*, 13(1), 12-21.

- Mijinyawa, M., Mbaga, Y. V., Amdzaranda, M., ve Akinrefon, A. A. (2019). "Pairs Determination for Sine and Cosine Function in Modeling Nigerian Gross Domestic Product." *Direct Research Journal of Social Science and Educational Studies*, 6 (6), 90-94.
- Phumchusri, N., ve Untrakul, P. (2020). "Hotel daily demand forecasting for high-frequency and complex seasonality data: a case study in Thailand." *Journal of Revenue and Pricing Management*, 19(1), 8-25. <https://doi.org/10.1057/s41272-019-00221-6>
- Boudrioua, M. S., ve Boudrioua, A. (2020). "Modeling and forecasting the algerian stock exchange using the Box-Jenkins methodology." *Journal of Economics, Finance and Accounting Studies*, 2(1), 1-15.
- Leneenadogo, W., ve Pius, U. S. (2020). "A Comparative Study of Fourier Series Models and Seasonal-Autoregressive Integrated Moving Average Model of Rainfall Data in Port Harcourt." *Asian Journal of Probability and Statistics*, 10(3): 36-46. <https://doi.org/10.9734/ajpas/2020/v10i330249>
- Son, H. G., Kim, Y., ve Kim, S. (2020). "Time series clustering of electricity demand for industrial areas on smart grid." *Energies*, 13(9), 2377. <https://doi.org/10.3390/en13092377>
- Bağcı, B. (2020). "Hareketli ortalamalar ve üssel düzeltme yöntemlerinin tahmin gücünün artırılması: Türkiye’de döviz kuru tahmini" *Turkuaz Uluslararası Sosyo-Ekonomik Stratejik Araştırmalar Dergisi*, 2(2).
- De Livera, A. ve Hyndman, R. (2009). "Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing." *Department of Econometrics ve Business Statistics, Monash University. Working paper 15/09*